Exercice n°1 :

1. b) est la réponse exacte

En effet :

a) $\lim\limits_{x \to 5} f(x) = f(5)$ puis que f est continue en 5. 1. a) est une réponse fausse.

b) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 5$ 1. b) est la réponse exacte

c) $\lim\limits_{x \to -6} f(x) = 7$ 1. c) est une réponse fausse.

d) $\lim\limits_{x \to -3^-} f(x) = -\infty$ 1. d) est une réponse fausse.

2. c) est la réponse exacte

En effet :

On a : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 5$, $\lim\limits_{x \to -3^-} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to -3^+} f(x) = +\infty$

Donc la droite d'équation y = 5 est asymptote horizontale à (C) au voisinage de $+\infty$

et la droite d'équation x = -3 est asymptote verticale à (C).

3. d) est la réponse exacte

f est continue sur $]-6\,;-3[\cup]-3\,;+\infty[$.

l'image de l'intervalle]-6,-4] par f est]7,8] et 4 n'appartient pas à]7,8] donc l'équation f(x) = 4 de solution dans]-6 ; -4].

l'image de l'intervalle [-4,-3[par f est $]-\infty,8]$ et 4 appartient pas à $]-\infty\,,8]$. D'autre part, f est croissante sur [-4, -3[donc admet exactement une seule solution dans [-4, -3[.

l'image de l'intervalle]-3, 2] par f est $]-\infty,3]$ et 4 appartient pas à $]-\infty,3]$; d'autre part , f est strictment décroissante sur]-3, 2] donc admet exactement une seule solution dans]-3, 2].

l'image de l'intervalle $[2,+\infty[$ par f est $[3,+\infty[$ et 4 appartient pas à] $[2,+\infty[$; d'autre part , f est strictment décroissante sur $[2,+\infty[$ donc admet exactement une seule solution dans $[2,+\infty[$.

Il en résulte que l'équation f(x) = 4 admet exactement trois solution dans $]-6\,;-3[\cup]-3\,;+\infty[$.

Exercice 2 :

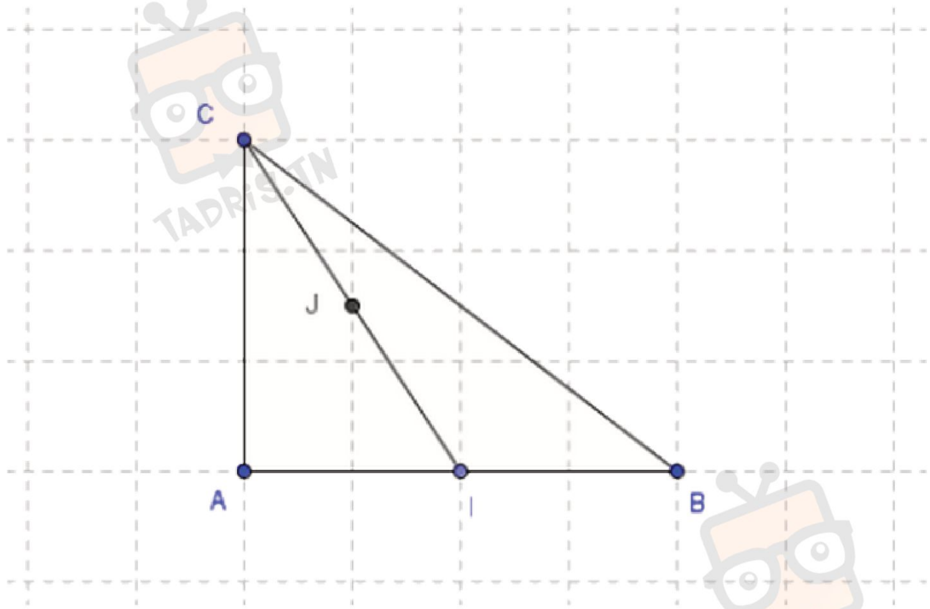
1. $$\left(\widehat{\overrightarrow{AE},\overrightarrow{EC}}\right) \equiv \pi + \left(\widehat{\overrightarrow{EA},\overrightarrow{EC}}\right)[2\pi]$$
$$\equiv -\pi + \frac{\pi}{15}[2\pi]$$
$$\equiv -\frac{14\pi}{15}[2\pi]$$

2. $$\left(\widehat{\overrightarrow{EB},\overrightarrow{AB}}\right) \equiv -\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{EB}}\right)[2\pi]$$
$$\equiv -\left(\widehat{\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BE}}\right)[2\pi]$$
$$\equiv -\frac{2\pi}{5}[2\pi]$$

3. $$\left(\widehat{\overrightarrow{EB},\overrightarrow{EC}}\right) \equiv \left(\widehat{\overrightarrow{EB},\overrightarrow{AB}}\right) + \left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE}}\right) + \left(\widehat{\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AC}}\right)[2\pi]$$
$$\equiv -\frac{2\pi}{5} - \frac{\pi}{6} - \frac{14\pi}{15}[2\pi]$$
$$\equiv -\frac{45\pi}{30}[2\pi]$$
$$\equiv -\frac{3\pi}{2}[2\pi]$$
$$\equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$$

On en déduit que le triangle BEC est rectangle en E et de sens indirect.

Exercice 3 :



Partie A

1. Pour qu'un point M du plan appartienne à l'ensemble (Γ), il faut et il suffit que : $MA^2 + MB^2 + 2MC^2 = 36$.

Comme $BA^2 + BB^2 + 2BC^2 = AB^2 + 2AC^2 = 16 + 18 = 36$ alors $B \in (\Gamma)$.

2. $M \in (\Gamma) \Leftrightarrow MA^2 + MB^2 + 2MC^2 = 36 \Leftrightarrow 2MI^2 + \dfrac{AB^2}{2} + 2MC^2 = 36$

$$\Leftrightarrow 2\left(MI^2 + MC^2\right) + \frac{AB^2}{2} = 36 \Leftrightarrow 2\left(2MJ^2 + \frac{IC^2}{2}\right) + \frac{AB^2}{2} = 36$$

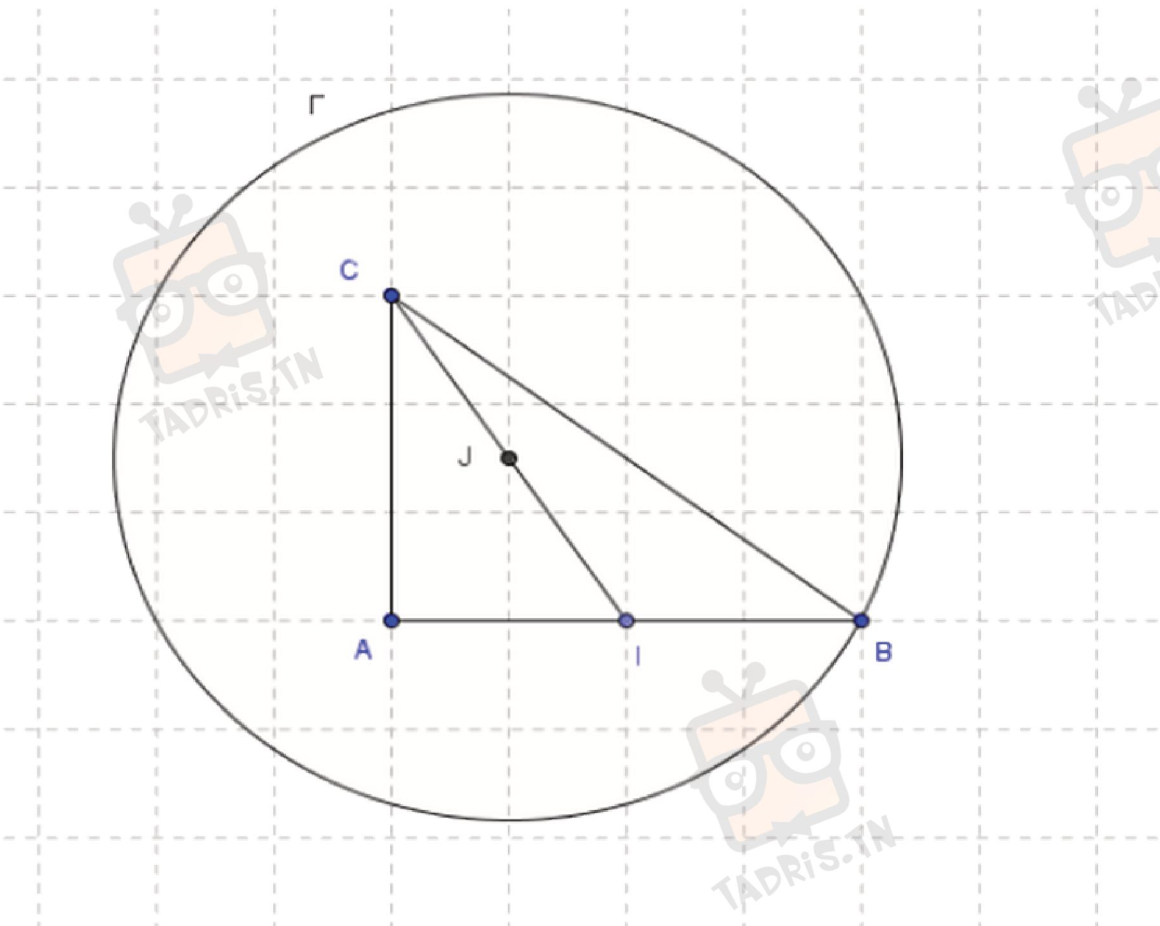
$$\Leftrightarrow 4MJ^2 + IC^2 + \frac{AB^2}{2} = 36$$

3. $M \in (\Gamma) \Leftrightarrow 4MJ^2 + IC^2 + \dfrac{AB^2}{2} = 36 \Leftrightarrow 4JM^2 + \left(AI^2 + AC^2\right) + 8 = 36$

$$\Leftrightarrow 4JM^2 + 21 = 36 \Leftrightarrow JM^2 = \frac{15}{4} \Leftrightarrow JM = \frac{\sqrt{15}}{2}.$$

Par suite, l'ensemble (Γ) est le cercle de centre J et de rayon $\dfrac{\sqrt{15}}{2}$.

Pour représenter (Γ), il suffit de tracer le cercle de centre J et passant par B.



Partie B.

1. a) Rappelons que : $M(x,y) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = x\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + y\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

Comme $\overrightarrow{AB} = 4.\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} = 4.\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + 0.\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ alors $B(4, 0)$.

D'autre part $\overrightarrow{AC} = 3.\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = 0.\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + 3.\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ donc $C(0, 3)$.

b) $M(x,y) \in (\Gamma) \Leftrightarrow MA^2 + MB^2 + 2MC^2 = 36$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + (x-4)^2 + y^2 + 2\left[x^2 + (y-3)^2\right] = 36$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 8x + 4y^2 - 12y + 34 = 36$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + y^2 - 3y - \frac{1}{2} = 0$$

Donc une équation de (Γ) dans le repère $\left(A, \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}\right)$ est $x^2 - 2x + y^2 - 3y - \frac{1}{2} = 0$

2. $x^2 - 2x + y^2 - 3y - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 - 1 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} - \frac{1}{2} = 0$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{15}{4}$$

Il en résulte que (Γ) est le cercle de centre le point $\Omega\left(1, \frac{3}{2}\right)$ et de rayon $\frac{\sqrt{15}}{2}$.

Il reste à vérifier que $\Omega = J$.

On sait que $C(0, 3)$ et I milieu de $[AB]$ donc $I(2, 0)$. On en déduit que J milieu de $[CI]$ a pour abscisse $x_J = \frac{2+0}{2} = 1$ et pour ordonnée $y_J = \frac{0+3}{2} = \frac{3}{2}$.

Ainsi $\Omega = J$.